

Correction – Systèmes d'équations :

Exercice 1 :

Pour $x = 1$ et $y = -3$, on a :

$$2x + 3y = 2 \times 1 + 3 \times (-3) = 2 - 9 = -7 \\ -7 \neq -5$$

Donc le couple $(1 ; -3)$ n'est pas solution du système $\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ x - 0,5y = 5,5 \end{cases}$

Pour $x = 3,5$ et $y = -4$, on a :

$$2x + 3y = 2 \times 3,5 + 3 \times (-4) = 7 - 12 = -5 \\ x - 0,5y = 3,5 - 0,5 \times (-4) = 3,5 + 2 = 5,5$$

Donc le couple $(3,5 ; -4)$ est solution du système $\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ x - 0,5y = 5,5 \end{cases}$

Exercice 2 :

$$\begin{array}{llll} \text{a) } ① \begin{cases} 7x - 3y = 1 \\ y = 7 - 5x \end{cases} & ② \begin{cases} 7x - 3(7 - 5x) = 1 \\ y = 7 - 5x \end{cases} & ③ \begin{cases} 7x - 21 + 15x = 1 \\ y = 7 - 5x \end{cases} & ④ \begin{cases} 22x - 21 = 1 \\ y = 7 - 5x \end{cases} \\ ⑤ \begin{cases} 22x = 1 + 21 \\ y = 7 - 5x \end{cases} & ⑥ \begin{cases} 22x = 22 \\ y = 7 - 5x \end{cases} & ⑦ \begin{cases} x = \frac{22}{22} = 1 \\ y = 7 - 5 \times 1 = 2 \end{cases} & \end{array}$$

Vérification :

Pour $x = 1$ et $y = 2$, on a :

$$7x - 3y = 7 \times 1 - 3 \times 2 = 7 - 6 = 1 \quad \text{et} \quad 5x + y = 5 \times 1 + 2 = 7.$$

Donc le couple $(1 ; 2)$ est la solution du système $\begin{cases} 7x - 3y = 1 \\ 5x + y = 7 \end{cases}$

$$\begin{array}{llll} \text{b) } ① \begin{cases} x - 3y = -4 \\ 4x - 7y = 9 \end{cases} & ② \begin{cases} x = -4 + 3y \\ 4(-4 + 3y) - 7y = 9 \end{cases} & ③ \begin{cases} x = -4 + 3y \\ -16 + 12y - 7y = 9 \end{cases} & ④ \begin{cases} x = -4 + 3y \\ -16 + 5y = 9 \end{cases} \\ ⑤ \begin{cases} x = -4 + 3y \\ 5y = 9 + 16 \end{cases} & ⑥ \begin{cases} x = -4 + 3y \\ 5y = 25 \end{cases} & ⑦ \begin{cases} x = -4 + 3y \\ y = \frac{25}{5} = 5 \end{cases} & ⑧ \begin{cases} x = -4 + 3 \times 5 = 11 \\ y = 5 \end{cases} \end{array}$$

Vérification :

Pour $x = 11$ et $y = 5$, on a :

$$11 - 3 \times 5 = 11 - 15 = -4 \quad \text{et} \quad 4x - 7y = 4 \times 11 - 7 \times 5 = 44 - 35 = 9$$

Donc le couple $(11 ; 5)$ est la solution du système $\begin{cases} x - 3y = -4 \\ 4x - 7y = 9 \end{cases}$

$$\begin{array}{llll} \text{c) } ① \begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 5x - y = -1 \end{cases} & ② \begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ y = 5x + 1 \end{cases} & ③ \begin{cases} 2x - 3(5x + 1) = 10 \\ y = 5x + 1 \end{cases} & ④ \begin{cases} 2x - 15x - 3 = 10 \\ y = 5x + 1 \end{cases} \\ ⑤ \begin{cases} -13x = 10 + 3 \\ y = 5x + 1 \end{cases} & ⑥ \begin{cases} -13x = 13 \\ y = 5x + 1 \end{cases} & ⑦ \begin{cases} x = \frac{13}{-13} = -1 \\ y = 5 \times (-1) + 1 = -4 \end{cases} & \end{array}$$

Vérification :

Pour $x = -1$ et $y = -4$, on a :

$$2 \times (-1) - 3 \times (-4) = -2 + 12 = 10 \quad \text{et} \quad 5x - y = 5 \times (-1) - (-4) = -5 + 4 = -1$$

Donc le couple $(-1 ; -4)$ est la solution du système $\begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 5x - y = -1 \end{cases}$

$$\begin{array}{llll}
 \text{d) } ① \begin{cases} 3x + 2y = 24 \\ 5x - 3y = 27 \end{cases} & ② \begin{cases} 3x = 24 - 2y \\ 5x - 3y = 27 \end{cases} & ③ \begin{cases} x = \frac{24 - 2y}{3} \\ 5x - 3y = 27 \end{cases} & ④ \begin{cases} x = 8 - \frac{2}{3}y \\ 5(8 - \frac{2}{3}y) - 3y = 27 \end{cases} \\
 ⑤ \begin{cases} x = 8 - \frac{2}{3}y \\ 40 - \frac{10}{3}y - 3y = 27 \end{cases} & ⑥ \begin{cases} x = 8 - \frac{2}{3}y \\ 40 - \frac{10}{3}y - \frac{9}{3}y = 27 \end{cases} & ⑦ \begin{cases} x = 8 - \frac{2}{3}y \\ 40 - \frac{19}{3}y = 27 \end{cases} & ⑧ \begin{cases} x = 8 - \frac{2}{3}y \\ -\frac{19}{3}y = 27 - 40 \end{cases} \\
 ⑨ \begin{cases} x = 8 - \frac{2}{3}y \\ -\frac{19}{3}y = -13 \end{cases} & ⑩ \begin{cases} x = 8 - \frac{2}{3}y \\ y = -\frac{13}{-\frac{19}{3}} \end{cases} & ⑪ \begin{cases} x = 8 - \frac{2}{3}y \\ y = -13 \times \frac{3}{-19} = \frac{39}{19} \end{cases} & ⑫ \begin{cases} x = 8 - \frac{2}{3} \times \frac{39}{19} = \frac{126}{19} \\ y = \frac{39}{19} \end{cases}
 \end{array}$$

Vérification :

Pour $x = \frac{126}{19}$ et $y = \frac{39}{19}$, on a :

$$3x + 2y = 3 \times \frac{126}{19} + 2 \times \frac{39}{19} = \frac{378}{19} + \frac{78}{19} = \frac{456}{19} = 24 \quad \text{et} \quad 5x - 3y = 5 \times \frac{126}{19} - 3 \times \frac{39}{19} = \frac{630}{19} - \frac{117}{19} = \frac{513}{19} = 27$$

Donc le couple $(\frac{126}{19} ; \frac{39}{19})$ est la solution du système $\begin{cases} 3x + 2y = 24 \\ 5x - 3y = 27 \end{cases}$

Exercice 3 :

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } ① \begin{cases} 2x + 5y = 14 \\ 8x - 5y = -4 \end{cases} & ② \begin{cases} 2x + 5y = 14 \\ 10x = 10 \end{cases} & ③ \begin{cases} 2x + 5y = 14 \\ x = 1 \end{cases} & ④ \begin{cases} 2 \times 1 + 5y = 14 \\ x = 1 \end{cases} \\
 ⑤ \begin{cases} 5y = 14 - 2 \\ x = 1 \end{cases} & ⑥ \begin{cases} 5y = 12 \\ x = 1 \end{cases} & ⑦ \begin{cases} y = \frac{12}{5} = 2,4 \\ x = 1 \end{cases} &
 \end{array}$$

Vérification :

Pour $x = 1$ et $y = 2,4$, on a :

$$2x + 5y = 2 \times 1 + 5 \times 2,4 = 2 + 12 = 14 \quad \text{et} \quad 8x - 5y = 8 \times 1 - 5 \times 2,4 = 8 - 12 = -4$$

Donc le couple $(1 ; 2,4)$ est la solution du système $\begin{cases} 2x + 5y = 14 \\ 8x - 5y = -4 \end{cases}$

$$\begin{array}{llll}
 \text{b) } ① \begin{cases} -5x - 3y = 8 \\ 7x - 3y = -4 \end{cases} & ② \begin{cases} -5x - 3y = 8 \\ -12x = 12 \end{cases} & ③ \begin{cases} -5x - 3y = 8 \\ x = -1 \end{cases} & ④ \begin{cases} -5 \times (-1) - 3y = 8 \\ x = -1 \end{cases} \\
 ⑤ \begin{cases} 5 - 3y = 8 \\ x = -1 \end{cases} & ⑥ \begin{cases} -3y = 8 - 5 \\ x = -1 \end{cases} & ⑦ \begin{cases} y = \frac{3}{-3} = -1 \\ x = -1 \end{cases} &
 \end{array}$$

Vérification :

Pour $x = -1$ et $y = -1$, on a :

$$-5x - 3y = -5 \times (-1) - 3 \times (-1) = 8 \quad \text{et} \quad 7x - 3y = 7 \times (-1) - 3 \times (-1) = -4$$

Donc le couple $(-1 ; -1)$ est la solution du système $\begin{cases} -5x - 3y = 8 \\ 7x - 3y = -4 \end{cases}$

$$\begin{array}{lll}
\text{c) } ① \begin{cases} 0,25x + 1,5y = 1,9 \\ 0,5x + 4,5y = 12,5 \end{cases} \quad (\times 2) & ② \begin{cases} 0,5x + 3y = 3,8 \\ 0,5x + 4,5y = 12,5 \end{cases} & ③ \begin{cases} 0,25x + 1,5y = 1,9 \\ -1,5y = -8,7 \end{cases} \\
④ \begin{cases} 0,25x + 1,5y = 1,9 \\ y = \frac{-8,7}{-1,5} \end{cases} & ⑤ \begin{cases} 0,25x + 1,5y = 1,9 \\ y = 5,8 \end{cases} & ⑥ \begin{cases} 0,25x + 1,5 \times 5,8 = 1,9 \\ y = 5,8 \end{cases} \\
⑦ \begin{cases} 0,25x + 8,7 = 1,9 \\ y = 5,8 \end{cases} & ⑧ \begin{cases} 0,25x = 1,9 - 8,7 \\ y = 5,8 \end{cases} & ⑨ \begin{cases} x = \frac{-6,8}{0,25} = -27,2 \\ y = 5,8 \end{cases}
\end{array}$$

Vérification :

Pour $x = -27,2$ et $y = 5,8$, on a :

$$0,25 \times (-27,2) + 1,5 \times 5,8 = -6,8 + 8,7 = 1,9 \quad \text{et} \quad 0,5 \times (-27,2) + 4,5 \times 5,8 = -13,6 + 26,1 = 12,5$$

Donc le couple $(-27,2 ; 5,8)$ est la solution du système $\begin{cases} 0,25x + 1,5y = 1,9 \\ 0,5x + 4,5y = 12,5 \end{cases}$

$$\begin{array}{lll}
\text{d) } ① \begin{cases} 3x + 9y = -5 \\ -7x + 6y = 17 \end{cases} \quad (\times 2) & ② \begin{cases} 6x + 18y = -10 \\ -21x + 18y = 51 \end{cases} & ③ \begin{cases} 3x + 9y = -5 \\ 27x = -61 \end{cases} \\
④ \begin{cases} 3x + 9y = -5 \\ x = -\frac{61}{27} \end{cases} & ⑤ \begin{cases} 3 \times \left(-\frac{61}{27}\right) + 9y = -5 \\ x = -\frac{61}{27} \end{cases} & ⑥ \begin{cases} -\frac{183}{27} + 9y = -5 \\ x = -\frac{61}{27} \end{cases} \\
⑦ \begin{cases} 9y = -5 + \frac{183}{27} \\ x = -\frac{61}{27} \end{cases} & ⑧ \begin{cases} 9y = \frac{16}{9} \\ x = -\frac{61}{27} \end{cases} & ⑨ \begin{cases} y = \frac{\frac{16}{9}}{9} = \frac{16}{81} \\ x = -\frac{61}{27} \end{cases}
\end{array}$$

Vérification :

Pour $x = -\frac{61}{27}$ et $y = \frac{16}{81}$, on a :

$$3x + 9y = 3 \times \left(-\frac{61}{27}\right) + 9 \times \frac{16}{81} = -\frac{61}{9} + \frac{16}{9} = -\frac{45}{9} = -5 \quad \text{et} \quad -7x + 6y = -7 \times \left(-\frac{61}{27}\right) + 6 \times \frac{16}{81} = \frac{427}{27} + \frac{32}{27} = \frac{459}{27} = 17$$

Donc le couple $(-\frac{61}{27} ; \frac{16}{81})$ est la solution du système $\begin{cases} 3x + 9y = -5 \\ -7x + 6y = 17 \end{cases}$

Exercice 4 :

x est le prix d'un pain au chocolat et y est le prix d'un croissant.

$$\begin{cases} 5x + 3y = 5,85 \\ 3x + 2y = 3,65 \end{cases} \quad (\times 3) \quad (\times 5) \quad \text{On résout ce système par la méthode de combinaison :}$$

$$\begin{cases} 15x + 9y = 17,55 \\ 15x + 10y = 18,25 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 3y = 5,85 \\ -y = -0,7 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 3 \times 0,7 = 5,85 \\ y = 0,7 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 2,1 = 5,85 \\ y = 0,7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = 5,85 - 2,1 \\ y = 0,7 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x = 3,75 \\ y = 0,7 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{3,75}{5} = 0,75 \\ y = 0,7 \end{cases}$$

Vérification :

Pour $x = 0,75$ et $y = 0,7$, on a :

$$5x + 3y = 5 \times 0,75 + 3 \times 0,7 = 3,75 + 2,1 = 5,85 \quad \text{et} \quad 3x + 2y = 3 \times 0,75 + 2 \times 0,7 = 2,25 + 1,4 = 3,65$$

Donc le couple $(0,75 ; 0,7)$ est la solution du système.

Donc un pain au chocolat coûte 0,75 € et un croissant coûte 0,7 €.

Exercice 5 :

x est la longueur du côté du triangle équilatéral et y est la longueur du côté du carré.

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 3x = 4y \end{cases} \quad \text{c'est à dire} \quad \begin{cases} x + y = 11 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases} \quad \text{On résout ce système par la méthode de substitution :}$$

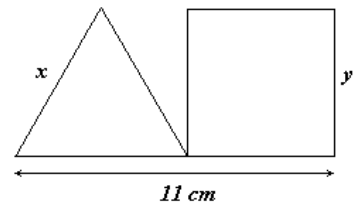
$$\begin{aligned} \begin{cases} x = 11 - y \\ 3(11 - y) - 4y = 0 \end{cases} & \quad \begin{cases} x = 11 - y \\ 33 - 3y - 4y = 0 \end{cases} & \quad \begin{cases} x = 11 - y \\ 33 - 7y = 0 \end{cases} & \quad \begin{cases} x = 11 - y \\ y = \frac{33}{7} \end{cases} & \quad \begin{cases} x = 11 - \frac{33}{7} = \frac{44}{7} \\ y = \frac{33}{7} \end{cases} \end{aligned}$$

Vérification :

Pour $x = \frac{44}{7}$ et $y = \frac{33}{7}$, on a :

$$x + y = \frac{44}{7} + \frac{33}{7} = \frac{77}{7} = 11 \quad \text{et} \quad 3x - 4y = 3 \times \frac{44}{7} - 4 \times \frac{33}{7} = \frac{132}{7} - \frac{132}{7} = 0$$

Donc le couple $(\frac{44}{7} ; \frac{33}{7})$ est la solution du système.



Le côté du triangle équilatéral mesure $\frac{44}{7}$ cm et celui du carré mesure $\frac{33}{7}$ cm.

Exercice 6 :

1) f est une fonction affine donc $f(x) = ax + b$.

$$\begin{cases} f(2) = 3 \\ f(-4) = 6 \end{cases} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \begin{cases} 2a + b = 3 \\ -4a + b = 6 \end{cases} \quad \text{On résout ce système par la méthode de substitution :}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} b = 3 - 2a \\ -4a + 3 - 2a = 6 \end{cases} & \quad \begin{cases} b = 3 - 2a \\ -6a = 6 - 3 \end{cases} & \quad \begin{cases} b = 3 - 2a \\ a = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2} \end{cases} & \quad \begin{cases} b = 3 - 2 \times \frac{-1}{2} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} & \quad \begin{cases} b = 4 \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vérification :

Pour $a = -\frac{1}{2}$ et $b = 4$, on a :

$$2a + b = 2 \times \frac{-1}{2} + 4 = 3 \quad \text{et} \quad -4a + b = -4 \times \frac{-1}{2} + 4 = 2 + 4 = 6$$

Donc le couple $(-\frac{1}{2} ; 4)$ est la solution du système.

Donc $f(x) = -\frac{1}{2}x + 4$.

2) g est une fonction affine donc $g(x) = ax + b$.

$$\begin{cases} g(-1) = 5 \\ g(3) = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} -a + b = 5 \\ 3a + b = 3 \end{cases} \quad \text{On résout ce système par la méthode de substitution :}$$

$$\begin{cases} b = 5 + a \\ 3a + 5 + a = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 5 + a \\ 4a = 3 - 5 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 5 + a \\ a = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} b = 5 + \frac{-1}{2} = \frac{9}{2} \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vérification :

Pour $a = -\frac{1}{2}$ et $b = \frac{9}{2}$, on a :

$$-a + b = -\frac{-1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{10}{2} = 5 \quad \text{et} \quad 3a + b = 3 \times \frac{-1}{2} + \frac{9}{2} = -\frac{3}{2} + \frac{9}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Donc le couple $(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2})$ est la solution du système.

$$\text{Donc } g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$

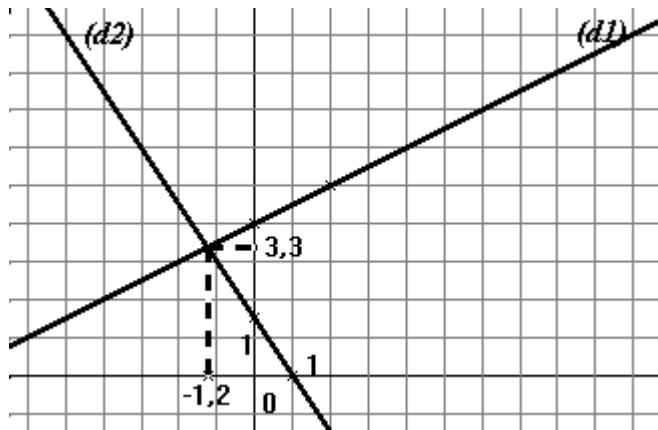
Exercice 7 :

$$\text{Le système } \begin{cases} x - 2y = -8 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases} \text{ peut s'écrire } \begin{cases} -2y = -8 - x \\ 2y = 3 - 3x \end{cases} \text{ ou encore } \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 4 \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \end{cases}$$

La droite (d_1) d'équation $y = \frac{1}{2}x + 4$ passe par les points de coordonnées $(0; 4)$ et $(2; 5)$.

La droite (d_2) d'équation $y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ passe par les points de coordonnées $(0; \frac{3}{2})$ et $(1; 0)$.

Sur le graphique, on lit les coordonnées du point d'intersection : L'abscisse est environ égale à $-1,2$ et l'ordonnée est environ égale à $3,3$.



Exercice 8 :

1) a) On calcule le PGCD de 126 et 210 en utilisant l'algorithme d'Euclide :

$$210 = 126 \times 1 + 84$$

$$126 = 84 \times 1 + 42$$

$$84 = 42 \times 2 + 0$$

$$\text{Donc PGCD}(210 ; 126) = 42$$

Le fleuriste pourra composer au maximum 42 bouquets identiques.

$$b) 210 \div 42 = 5$$

$$126 \div 42 = 3$$

Donc chaque bouquet sera composé de 5 iris et 3 tulipes.

2) x est le prix d'une tulipe et y est le prix d'un iris.

$$\begin{cases} 5x + 8y = 24,60 & (\times 7) \\ 7x + 5y = 23,90 & (\times 5) \end{cases} \quad \text{On résout ce système par la méthode de combinaison.}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} 35x + 56y = 172,2 \\ 35x + 25y = 119,5 \end{cases} & \quad \begin{cases} 5x + 8y = 24,60 \\ 31y = 52,7 \end{cases} & \quad \begin{cases} 5x + 8y = 24,60 \\ y = \frac{52,7}{31} = 1,7 \end{cases} & \quad \begin{cases} 5x + 8 \times 1,7 = 24,6 \\ y = 1,7 \end{cases} \\ \begin{cases} 5x + 13,6 = 24,6 \\ y = 1,7 \end{cases} & \quad \begin{cases} 5x = 24,6 - 13,6 \\ y = 1,7 \end{cases} & \quad \begin{cases} 5x = 11 \\ y = 1,7 \end{cases} & \quad \begin{cases} x = \frac{11}{5} = 2,2 \\ y = 1,7 \end{cases} \end{aligned}$$

Vérification :

Pour $x = 2,2$ et $y = 1,7$, on a :

$$5x + 8y = 5 \times 2,2 + 8 \times 1,7 = 11 + 13,6 = 24,6 \quad \text{et} \quad 7x + 5y = 7 \times 2,2 + 5 \times 1,7 = 15,4 + 8,5 = 23,9$$

Donc le couple (2,2 ; 1,7) est la solution du système.

Une tulipe coûte 2,2 € et un iris coûte 1,7 €.

Exercice 9 :

On considère l'énoncé suivant :

« Sandrine repère dans une boutique une jupe et un chemisier coûtant ensemble €.

Le mois suivant, elle voit que le prix de la jupe a augmenté de % tandis que celui du chemisier a baissé de %. L'ensemble coûte alors €.

Quels étaient le prix initial de la jupe et celui du chemisier ? »

a) En notant x le prix initial en euros de la jupe et y le prix initial du chemisier, l'énoncé se traduit par le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 72 \\ 1,1x + 0,7y = 66,4 \end{cases}$$

On peut alors compléter l'énoncé :

« Sandrine repère dans une boutique une jupe et un chemisier coûtant ensemble **72 €**.

Le mois suivant, elle voit que le prix de la jupe a augmenté de **10 %** tandis que celui du chemisier a baissé de **30 %**. L'ensemble coûte alors **66,4 €**.

Quels étaient le prix initial de la jupe et celui du chemisier ? »

b) $\begin{cases} x + y = 72 \\ 1,1x + 0,7y = 66,4 \end{cases}$ On résout ce système par la méthode de substitution.

$$\begin{cases} y = 72 - x \\ 1,1x + 0,7(72 - x) = 66,4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 72 - x \\ 1,1x + 50,4 - 0,7x = 66,4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 72 - x \\ 0,4x + 50,4 = 66,4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 72 - x \\ 0,4x = 66,4 - 50,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 72 - x \\ 0,4x = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 72 - x \\ x = \frac{16}{0,4} = 40 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 72 - 40 = 32 \\ x = 40 \end{cases}$$

Vérification :

Pour $x = 40$ et $y = 32$, on a :

$$x + y = 40 + 32 = 72 \quad \text{et} \quad 1,1x + 0,7y = 1,1 \times 40 + 0,7 \times 32 = 44 + 22,4 = 66,47$$

Donc le couple (40 ; 32) est la solution du système.

c) Le prix initial de la jupe était 40 € et celui du chemisier était 32 €.