

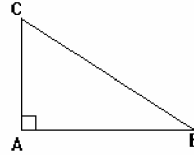
THEOREME DE PYTHAGORE ET SA RECIPROQUE

THEOREME DE THALES ET SA RECIPROQUE

✓ Théorème de Pythagore :

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Soit le triangle ABC rectangle en A ci-contre.
D'après le théorème de Pythagore, on a :
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

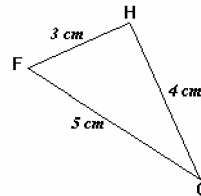


✓ Réciproque du théorème de Pythagore :

Si dans un triangle le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Exemple :

Soit le triangle FGH ci-contre.
[FG] est le plus grand côté.
D'une part, $FG^2 = 5^2 = 25$,
d'autre part, $FH^2 + HG^2 = 3^2 + 4^2 = 25$.
Donc $FG^2 = FH^2 + HG^2$.



Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle FGH est rectangle en H.

✓ Contraposée du théorème de pythagore:

Si dans un triangle le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle n'est pas rectangle,

Exemples:

Soit le triangle JKL tel que: JK = 12 cm, KL = 11 cm et LJ = 10 cm.
[JK] est le plus grand côté,
D'une part, $JK^2 = 12^2 = 144$,
d'autre part, $KL^2 + LJ^2 = 11^2 + 10^2 = 121 + 100 = 221$.
Donc $JK^2 \neq KL^2 + LJ^2$.

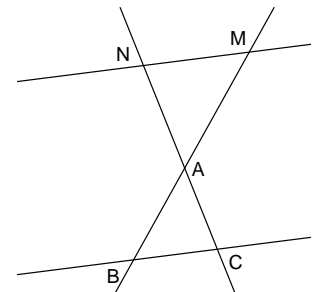
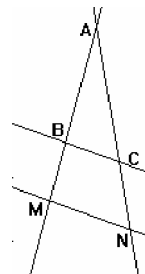
Donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle JKL n'est pas un triangle rectangle,

✓ Théorème de Thalès :

On considère les figures ci-contre :

- Si :
- les points A, B et M sont alignés ;
 - les points A, C et N sont alignés ;
 - les droites (BC) et (MN) sont parallèles

alors, on a : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$



✓ Réciproque du théorème de Thalès :

Si les points A, B, M sont dans le même ordre que les points A, C, N, et si $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exemple :

On considère la figure ci-contre :

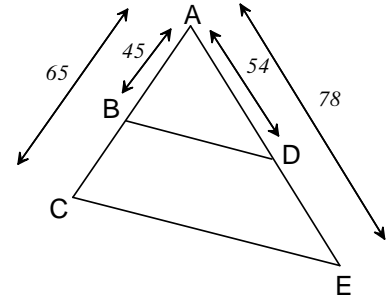
Les points A, B et C sont alignés dans le même ordre que les points A, D et E.

D'une part, $\frac{AB}{AC} = \frac{45}{65} = \frac{9}{13}$

D'autre part, $\frac{AD}{AE} = \frac{54}{78} = \frac{9}{13}$

Donc $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BD) et (CE) sont parallèles.



✓ Contraposée du théorème de Thalès :

Si les points A, B, M sont dans le même ordre que les points A, C, N, et si $\frac{AB}{AM} \neq \frac{AC}{AN}$, alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

Exemple:

On considère la figure faite à main levée ci-contre:

Les points F, E et M sont alignés dans le même ordre que les points G, E et N,

D'une part, $\frac{EM}{EF} = \frac{2}{3}$

D'autre part, $\frac{EN}{EG} = \frac{2,5}{4} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$

Donc $\frac{EM}{EF} \neq \frac{EN}{EG}$.

Donc d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (FG) et (MN) ne sont pas parallèles.

